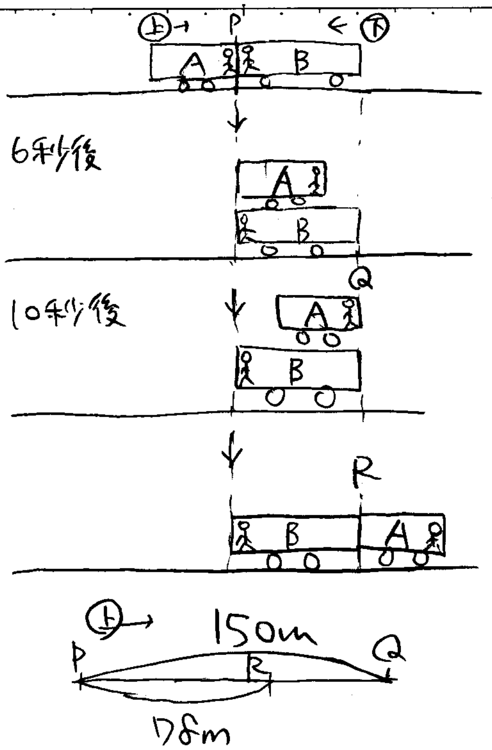
平成23年度 灘中学校 2日目

NO. 1
DATE H23. 1. 16

1



(1) 6秒で列車Aの長さ分
10秒で列車Bの長さ分
(速さは どちらも A+B)
なので、列車Aと列車Bの合計の
長さ分進むには
$6+10=$ <u>16秒後</u>

(2) Aの長さ：Bの長さ＝6：10
＝3：5 …①
P,Qの150mは、2つともAの先頭を追っているから、QはPよりA(上り)の進行方向にある。
Aは10秒で150m進むので
$150 \div 10 = 15$m/秒
また、RQの $150-78=72$m は2つともBの最後尾を追っているから、最後の6秒(10秒後～16秒後)で72m動いたことになり、$72 \div 6 = 12$m/秒
Aの列車の長さは、$(15+12) \times 6 = 162$m
Bの列車の長さは $(15+12) \times 10 = 270$m

Aの速さ 15m/秒　Bの速さ 12m/秒
Aの長さ 162m　Bの速さ 270m.

NO. 2

DATE

2 (1) 3でわりきれるもの $999 \div 3 = 333$, $99 \div 3 = 33$ $\rightarrow 333 - 33 = 300$ コ

ここから 111, 222, …, 999 の 9コをひけばよい。

$300 - 9 = \underline{291}$ コ

(2) 2でわりきれるもの $999 \div 2 = 499.5$, $99 \div 2 = 49.5$ $\rightarrow 499 - 49 = 450$ コ

11でわりきれるもの $999 \div 11 = 99 \cdots$, $99 \div 11 = 9$ $\rightarrow 99 - 9 = 90$ コ

2でも11でもわりきれるもの $999 \div 22 = 45 \cdots$, $99 \div 22 = 4 \cdots$ $\rightarrow 45 - 4 = 41$ コ

より $450 + 90 - 41 = \underline{499}$ コ

(3) 要するに, 6と33の少なくともどちらかで割り切れる数から, 222, 444, 666, 888 の4つをひけばよい。111と11は互いに素なので, $111 \times 11 = 1221$ より 3ケタの数で111でも11でもわりきれるものは存在しない。

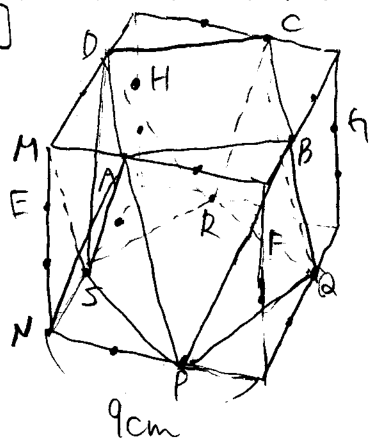
6でわりきれるもの $999 \div 6 = 166 \cdots$, $99 \div 6 = 16 \cdots$ $\rightarrow 166 - 16 = 150$ コ

33でわりきれるもの $999 \div 33 = 30 \cdots$, $99 \div 33 = 3$ $\rightarrow 30 - 3 = 27$ コ

6でも33でもわりきれるもの $999 \div 66 = 15 \cdots$, $99 \div 66 = 1.5$ $\rightarrow 15 - 1 = 14$ コ

より $(150 + 27 - 14) - 4 = \underline{159}$ コ

3



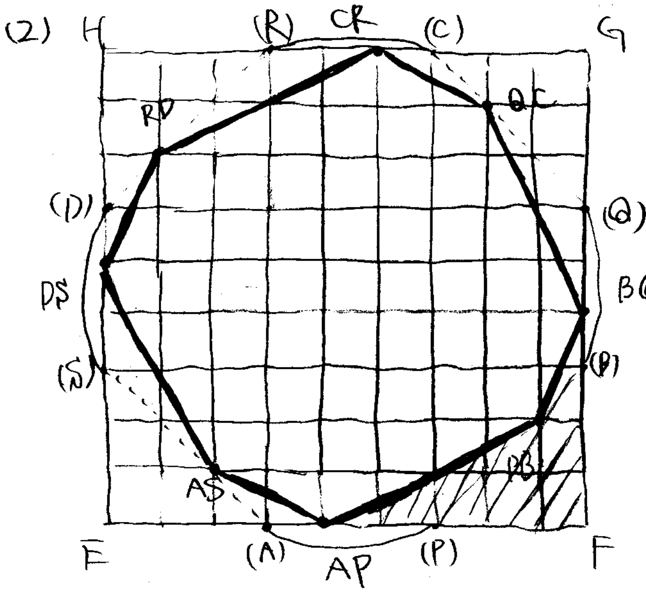
(1) 立方体からまわりをひく方針だが、まわりの部分の体積はD, A, S, P, Eを含む立体の4倍。さらにこの立体を3つに分け、

(ア) 3角すい A－SNP
(イ) 3角すい S－MAN
(ウ) 3角すい S－MAD の和として求める

(ア) $(6\times3\div2)\times9\times\frac{1}{3}=3\times9\ cm^3$
(イ) $(9\times3\div2)\times3\times\frac{1}{3}=1.5\times9\ cm^3$
(ウ) $(6\times3\div2)\times9\times\frac{1}{3}=3\times9\ cm^3$

よって $9\times9\times9-(3+1.5+3)\times4\times9=(81-30)\times9=\underline{459\ cm^3}$

(2)



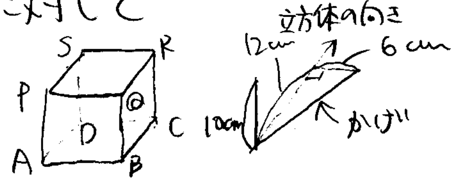
4角形ABCD, 4角形PQRSの辺以外の辺を上から見るという発想。

(ア) 左の太線部

(イ) 正方形からまわりをひく方針。
まわりは▨の4倍。
$▨=4\times2\div2+1\times2+1\times2\div2$
$=7\ cm^2$

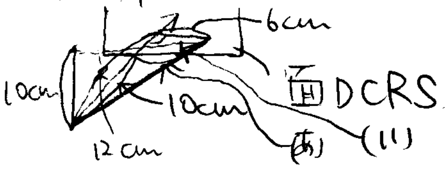
よって
$9\times9-7\times4=\underline{53\ cm^2}$

4 太陽光線は平行光線なので，図より 地面に垂直な 10cm の棒に対して



というかげができることがわかる。

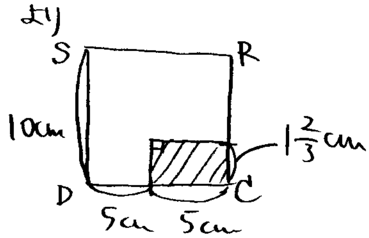
(1) 正方形 ABQP を，AP と平行な棒が何本もある，と考える。
1本の棒は



$(あ) = 6 \times \frac{10}{12} = 5$ cm

$(い) = 10 \times \frac{12-10}{12} = \frac{5}{3}$ cm

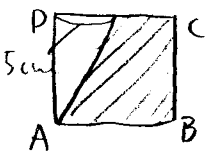
より



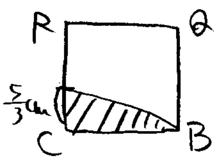
メンセキは $5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$ cm²

(2) 正方形 BCRQ，正方形 DCRS のかげは箱の外側にでき，正方形 ABCD のかげはないから，正方形 ABQP と正方形 DAPS のかげを考えればよい。

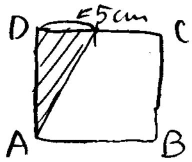
ABQP→ABCD



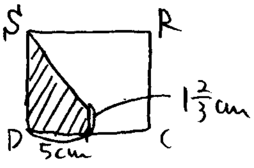
ABQP→BCRQ



DAPS→ABCD

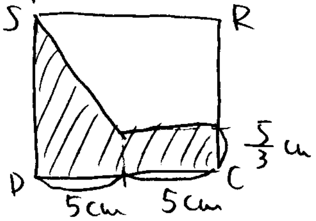


DAPS→DCRS



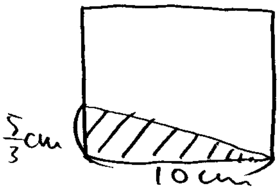
より，統合すると

ABCD → すべてかげ
ADSP, ABQP → すべてかげ
DCRS



$$(10+5)\times\left(10-\frac{5}{3}\right)\div 2=\frac{125}{2}$$
$$=62\frac{1}{2}\text{cm}^2$$

BCRQ



$$\left(10+10-\frac{5}{3}\right)\times 10\div 2=\frac{275}{3}=91\frac{2}{3}\text{ cm}^2$$

以上より，陽の当たっているメンセキは
$62\frac{1}{2}+91\frac{2}{3}=\underline{154\frac{1}{6}\text{ cm}^2}$

5 1回さいころを投げては計算するのをくり返すのと、3回のさいころの目をあらかじめかけておいてから5個の整数にかけて余りを求めても結果は同じ。

(あ:ある整数とすると あ × 1回目 = 6×□+△ (△:余り)
次に △×2回目 を計算して余りを出すのと、
(6×□+△)×2回目 = 6×□×2回目 + △×2回目 を
計算しても同じ (〜〜部は6でわりきれるので関係なし)
3回目も同様)

従って、
(i) 3回の出目の積が6の倍数のとき
すべての数は0になる。$x=1$
(ii) 3回の出目の積が2の倍数でも3の倍数でもないとき
1または5をかけていくことになるが、
1をかけるとき 1,2,3,4,5 → 1,2,3,4,5
5をかけるとき 1,2,3,4,5 → 5,4,3,2,1
で種類の数 x はかわらない。 $x=5$
(iii) 3回の出目の積が2の倍数だが3の倍数でないとき
2,4を少なくとも1回と1,5をかけていくことになるが
1と5をかけても(ii)より x はかわらない。
2をかけるとき 1,2,3,4,5 → 2,4,0,2,4 $x=3$
さらに2をかけて 2,4,0 → 4,2,0 でこのあとも
$x=3$ でかわらない。
(iv) 3回の出目の積が3の倍数だが2の倍数でないとき
3を少なくとも1回と1,5をかけていくことになるが、
1と5をかけても(ii)より x はかわらない。
3をかけるとき 1,2,3,4,5 → 3,0,3,0,3 $x=2$
さらに3をかけて 3,0 → 3,0 で このあとも $x=2$ でかわらない。

(1) $x=5$ は(ii)の場合
3回とも1または5
$2\times2\times2=$ 8通り

(2) $x=3$ は(iii)の場合
$\underbrace{4\times4\times4}_{\text{2,4,1,5のうちどれか}} - \underbrace{2\times2\times2}_{\text{1と5のみのものを除く}} =$ 56通り

(3) $x=1$ は (i)の場合
全体から (ii)(iii)(iv)をひいてもよい。
(iv) は
$\underbrace{3\times3\times3}_{\text{3,1,5のうちどれか}} - 2\times2\times2 = 19$ 通り
全体は $6\times6\times6=216$ 通り
よって
$216-(8+56+19)=$ 133通り

解答作成：杉森 雅大（東海進学教室）